

28/12/23.

306221

[Total No. of Pages : 4

1-5-112-6B-R20

THREE YEAR B.A.DEGREE EXAMINATION, DECEMBER - 2023

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

PART - II - MATHEMATICS

PAPER - 6B : MULTIPLE INTEGRALS AND APPLICATIONS OF
VECTOR CALCULUS

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic year 2022-23)

Time : 3 Hours

Max. Marks :75

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any Five of the following questions. Each question carries equal marks.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు మార్కులు సమానము. (5×5=25)

1. Evaluate $\int_0^1 \int_{x^2}^{x^3} (x^2 + y^2) dy dx$

$\int_0^1 \int_{x^2}^{x^3} (x^2 + y^2) dy dx$ ను గణించండి.

2. By changing into polar Co-ordinates, evaluate $\int \int \frac{x^2 \cdot y^2}{x^2 + y^2} dx dy$ over the angular region between the circles $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$, ($b > a$).

$x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$, ($b > a$) వృత్తాల మధ్య కోణీయ ప్రాంతంపై $\int \int \frac{x^2 \cdot y^2}{x^2 + y^2} dx dy$ ను ధృవ నిరూపకాలను ఉపయోగించి గణించండి.

3. Evaluate $\int \int \int_R (x^2 + y^2 + z^2) dV$, where R is the ball of radius a with centre at the origin.

మూలబిందువు కేంద్రంగా, a ను వ్యాసార్థంగా కల్గిన బంతి (ఘనం) R యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని $\int \int \int_R (x^2 + y^2 + z^2) dV$, ద్వారా గణించండి.

$$\frac{x}{3} r^4$$



4. Evaluate $\int \int (5-2x-y) dx dy$ where R is the region given by $y=0, x+2y=3, x=y^2$.
 $x=3$ $x=0$

$y=0, x+2y=3, x=y^2$ లచే ఏర్పడిన ప్రాంతం R పై $\int \int (5-2x-y) dx dy$ గణించండి.

5. Find the directional derivative of the function $\phi = xy^2 + yz^2 + x^2$ along the tangent to the curve $x=t, y=t^2, z=t^3$ at $(1,1,1)$.

$x=t, y=t^2, z=t^3$ వక్రానికి గల స్పర్శరేఖ వెంబడి $(1,1,1)$ వద్ద, $\phi = xy^2 + yz^2 + x^2$ యొక్క దైశిక వ్యుత్పన్నాన్ని గణించండి.

6. Show that $\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$

$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$ ను నిరూపించండి.

7. Evaluate $\int_c F \cdot dr$ where $F = x^2 y^2 i + y j$ and the curve C is $y^2=4x$ in the XY-plane from $(0,0)$ to $(4,4)$.

$F = x^2 y^2 i + y j$ అయితే XY- తలంలో $(0,0)$ నుండి $(4,4)$ వరకు $y^2=4x$ వక్రం వెంబడి $\int_c F \cdot dr$ ను గణించండి.

8. If $F = axi + byj + czk$ and a, b, c are constants, Show that $\int F \cdot N ds = \frac{4}{3}(a+b+c)$, where S is the Surface of the unit sphere.

S అనేది యూనిట్ గోళం ఉపరితలం, $F = axi + byj + czk$ మరియు a, b, c స్థిరాంకాలు అయితే $\int F \cdot N ds = \frac{4}{3}(a+b+c)$, అని నిరూపించండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All the following questions . Each question carries equal marks. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు మార్కులు సమానము.

9. a) Evaluate $\int \int (x+y)^2 dx dy$ over the area bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

దీర్ఘవృత్తం $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ చే ఆవృతమైన ప్రాంతవైశాల్యాన్ని $\int \int (x+y)^2 dx dy$ ద్వారా గణించండి.

(OR/లేదా)

- b) Evaluate $\int_R \int y dx dy$ by changing to polar Co-ordinates where R is the region bounded by the Semi-circle $x^2+y^2=2ax$.
 ధృవనిరూపకాల రూపంలోకి మార్చుతు, $x^2+y^2=2ax$ అర్థ సమూహంచే పరిబద్ధమైన ప్రదేశం R పై $\int_R \int y dx dy$ ను గణించండి.

10. a) Using the double integral find area enclosed by the curves $y = 2x^2$ and $y^2=4x$
 ద్విసమాకలని ఉపయోగించి, $y = 2x^2$ మరియు $y^2=4x$ లచే ఆవృతమైన ప్రాంత వైశాల్యాన్ని గణించండి.
 (OR/లేదా)

- b) Evaluate $\iiint (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ where V is the volume of the cube bounded by the Co-ordinate planes $x = y = z = a$
 $x = y = z = a$ నిరూపక తలాలచే ఏర్పడే ఘనం యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని $V \iiint (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ ద్వారా గణించండి.

11. a) If $a = x+y+z$, $b=x^2+y^2+z^2$, $c=xy+yz+zx$ then show that $[\nabla a \nabla b \nabla c] = 0$.
 $a = x+y+z$, $b=x^2+y^2+z^2$, $c=xy+yz+zx$ అయితే $[\nabla a \nabla b \nabla c] = 0$ అని చూపండి.
 (OR/లేదా)

- b) If $F = 3xyz^3i + 4x^3yj - xy^2zk$ then find $\nabla(\nabla \cdot F)$ and $\nabla \times (\nabla \times F)$ at $(-1, 2, 1)$. Also verify $\nabla(\nabla \cdot F) = \nabla \times (\nabla \times F) + \nabla^2 F$
 $F = 3xyz^3i + 4x^3yj - xy^2zk$ అయితే $\nabla(\nabla \cdot F)$ మరియు $\nabla \times (\nabla \times F)$ విలువలను $(-1, 2, 1)$ వద్ద కనుగొని $\nabla(\nabla \cdot F) = \nabla \times (\nabla \times F) + \nabla^2 F$ ను సరిచూడండి.

12. a) Evaluate $\int_C F \cdot dr$ where $F=3x^2i+(2xz-y)j+zk$ along the straight line C from $(0,0,0)$ to $(2,1,3)$.

$F=3x^2i+(2xz-y)j+zk$ అయితే $(0,0,0)$ నుండి $(2,1,3)$ వక్రం C వెంబడి $\int_C F \cdot dr$ ను గణించండి.

(OR/లేదా)

- b) Evaluate $\int_S F \cdot N ds$ where $F = zi + xj - 3y^2zk$ and S is the Surface $x^2 + y^2 = 16$ included in the first octant between $z = 0$ and $z = 5$.

$F = zi + xj - 3y^2zk$ మరియు ఉపరితలం S, $x^2 + y^2 = 16$ మొదటి నిరూపక తలం మధ్యస్థం $z = 0$ మరియు $z = 5$ చేర్చబడింది అయితే $\int_S F \cdot N ds$ ను గణించండి.

13. a) State and prove "Gauss divergence theorem"

"గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతం" ను ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

- b) Verify Green's theorem in the plane xy - for $\int (2xy - x^2)dx + (x^2 + y^2)dy$ where C is the boundary of the region enclosed by $y = x^2$ and $y^2 = x$ described in the positive sense.

C అనేది ధనాత్మక దిశలో $y = x^2$ మరియు $y^2 = x$ వక్రాలచే ఆవృతమైన ప్రాంతం యొక్క హద్దు వక్రం అయితే గ్రీన్స్ సిద్ధాంతం అనుసరించి $\int (2xy - x^2)dx + (x^2 + y^2)dy$ ను xy -తలంలో సిద్ధాంత ఫలితాన్ని సరిచూడండి.

30/12/23

185261

[Total No. of Pages : 4]

1-5-112-7B-R20

THREE YEAR B.A. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER - 2023

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

PART - II - MATHEMATICS

PAPER - 7B : INTEGRAL TRANSFORMS WITH APPLICATIONS

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic year 2022-23)

Time : 3 Hours

Max. Marks :75

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any FIVE of the following questions. Each question carries equal marks.

(5×5=25)

ఏదైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు మార్కులు సమానం.

1. Find $L\{F(t)\}$ where $F(t) = \begin{cases} e^{t-a}, & t > a \\ 0, & t < a \end{cases}$

$F(t) = \begin{cases} e^{t-a}, & t > a \\ 0, & t < a \end{cases}$ ప్రమేయానికి $L\{F(t)\}$ ను గణించండి.

2. Find $L\{(5e^{2t} - 3)^2\}$

$L\{(5e^{2t} - 3)^2\}$ ను గణించండి.

3. Find $L\{te^{-t} \sin t\}$

$L\{te^{-t} \sin t\}$ ను గణించండి.

4. Find inverse Laplace transform of $\left\{ \frac{3s-4}{S^2-4s+8} \right\}$

$\left\{ \frac{3s-4}{S^2-4s+8} \right\}$ యొక్క విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనను గణించండి.

5. Find $L^{-1}\left\{\log\left(1+\frac{1}{S^2}\right)\right\}$

$L^{-1}\left\{\log\left(1+\frac{1}{S^2}\right)\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

1-5-112-7B-R20

(1)

[P.T.O.]

6. Using Laplace transforms, solve $y'' + y = \cos x$, where $y(0) = 0, = y'(0)$
 $y'' + y = \cos x$, where $y(0) = 0, = y'(0)$ అవకలన సమీకరణాన్ని లాప్లాస్ పరివర్తనలను ఉపయోగించి సాధించండి.
7. Solve the integral equation $\int_0^t y(u)y(t-u)du = 16 \sin 4t$
 $\int_0^t y(u)y(t-u)du = 16 \sin 4t$ అనే ఇంటిగ్రల్ సమీకరణాన్ని లాప్లాస్ పరివర్తనలను ఉపయోగించి సాధించండి.
8. Find the finite Sine transform of e^{ax}
 e^{ax} ప్రయోయానికి పరిమిత సైన్ పరివర్తనను వ్రాయండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer One question from each unit. Each question carries equal marks. (5×10=50)
 ప్రతి యూనిట్ నుండి ఒక ప్రశ్నను ఎంచుకొని సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు మార్కులు నమానం.

UNIT-I

9. a) Find the Laplace transform of
 i) $e^t \cos^2 t$ ii) $(\sin t + \cos t)^2$
 i) $e^t \cos^2 t$ ii) $(\sin t + \cos t)^2$ ప్రమేయాలకు లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.
 (OR/లేదా)
 b) State and prove Laplace "change of Scale property" and show that
 $L\{F(2t)\} = \frac{S^2 - 2s + 4}{4(s+1)^2(s-2)}$ if $L\{F(t)\} = \frac{S^2 - s + 1}{(2s+1)^2(s-1)}$

లాప్లాస్ పరివర్తనల స్కేలు మార్పుధర్మాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి $L\{F(t)\} = \frac{S^2 - s + 1}{(2s+1)^2(s-1)}$ అయితే

$$L\{F(2t)\} = \frac{S^2 - 2s + 4}{4(s+1)^2(s-2)} \text{ ని నిరూపించండి.}$$

UNIT-II

10. a) Find i) $L\left\{\frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\}$ if $L\{\sin \sqrt{t}\} = \frac{\sqrt{\pi} e^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}}$
 ii) $L\{t \sin at\}$
 i) $L\{\sin \sqrt{t}\} = \frac{\sqrt{\pi} e^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}}$ అయితే $L\left\{\frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\}$ కనుక్కోండి.

ii) $L\{t \sin at\}$ విలువ కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) i) Evaluate $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt$

$\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt$ విలువను కనుక్కోండి.

ii) Prove $L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}$

$L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}$ నిరూపించండి.

UNIT-III

11. a) Find $L^{-1}\left\{\frac{4s+5}{(s-1)^2(s+2)}\right\}$ by Partial fractions method.

$L^{-1}\left\{\frac{4s+5}{(s-1)^2(s+2)}\right\}$ ను పాక్షిక భిన్నాల పద్ధతిని గణించండి.

(OR/లేదా)

b) Find $L^{-1}\left\{\frac{S+1}{(S^2+2s+2)^2}\right\}$ by using Inverse Laplace transforms of Integrals.

సమాకలనిపై విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{S+1}{(S^2+2s+2)^2}\right\}$ విలువను కనుక్కోండి.

UNIT-IV

12. a) Solve $2\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 2y = e^{-2t}$ by using Laplace transforms

లాప్లాస్ పరివర్తనలను ఉపయోగించి $2\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 2y = e^{-2t}$ ను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) Using Laplace transforms solve the d.e.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} - y = 0 \text{ if } y(0) = 0, \frac{dy}{dt} = 1, \text{ if } t = 0$$

$\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} - y = 0$ if $y(0) = 0, \frac{dy}{dt} = 1, \text{ if } t = 0$ పై అవకలన సమీకరణాన్ని లాప్లాస్ పరివర్తనలను ఉపయోగించి సాధించండి.

UNIT-V

13. a) Find the Fourier transform of $f(x)$ defined by $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ and hence

evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin Sa \cos Sx}{S} ds$, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin S}{S} ds$

$f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ గా నిర్వచించబడిన ప్రమేయం $f(x)$ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుగొని,

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin Sa \cos Sx}{S} ds$ మరియు $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin S}{S} ds$ ల విలువను కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Use Parseval's identity to show that

i) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2} = \frac{\pi}{4}$

ii) $\int_0^{\infty} \frac{dt}{(a^2+t^2)(b^2+t^2)} = \frac{\pi}{2ab(a+b)}$

పార్సెవల్స్ సమానతను ఉపయోగించి పై ఫలితాలను నిరూపించండి.